مقدمة في حساب الأخطاء التجريبية (الارتيابات)

تحدث الأخطاء التجريبية عند إجراء القياسات الفيزيائية، **ولا يمكن الحصول على قيمة معدومة للخطأ مهما بلغت دقة الأجهزة المستخدمة في القياس.**

لتقليل قيمة الخطأ (الارتياب) نلجأ إلى استخدام أجهزة أكثر دقة كما يمكن تقليل قيمة الخطأ عن طريق إجراء القياس عدة مرات ومن ثم إيجاد القيمة المتوسطة للمقدار المقاس.

تعاريف أساسية: فيما يلي عرض للمصلحات التي نتعامل معها عند حساب خطأ القياس:

X : القيمة الحقيقية لللمقدار الفيزيائي المقاس.

$\overline{X}$: القيمة المقاسة أو القيمة الوسطى وتعبر عن نتيجة القياس.

ΔX : الخطأ المطلق ويسمى أيضاً الارتياب المطلق وهو يعبر عن قيمة الخطأ المرتكب عند قياس المقدار الفيزيائي.

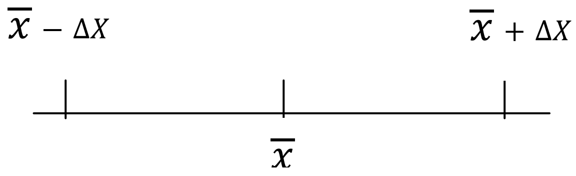
$\frac{\Delta X}{\overline{\mathrm{X}}}$: الخطأ النسبي أو الارتياب النسبي ويعبر عن دقة القياس.

عند انتهاء التجربة نكتب نتيجة التجربة بالشكل النموذجي التالي:

$$X = \left(\overline{X} \mp \Delta X\right) \text{الواحدة} \qquad (1)$$

مثال: $g = (9.80 \mp 0.01) m.s^{-2}$

يمكن تمثيل المعادلة 1 على محور الأعداد كما هو مبين في الشكل (1). نستنتج من هذا الشكل أنه لا يمكن معرفة مكان القيمة الحقيقية للمقدار X بدقة على محور الأعداد، ولكن يمكن تحديد المجال الذي توجد فيه هذه القيمة. يمكن تقليل عرض هذا المجال عن طريق استخدام أجهزة قياس أكثر دقة.



الشكل (1)

تحديد قيمة الارتياب في المقدار الذي يقاس بطريقة مباشرة:

القياس المباشر هو القياس الذي نحصل عليه عند استخدام جهاز القياس مباشرة مثل قياس طول طاولة بواسطة المتر أو قياس الزمن باستخدام الساعة أو الميقاتية. للحصول على قيمة الخطأ المرتكب في قياس مقدار فيزيائي يقاس بطريقة مباشرة نطبق القاعدة التالية: **الارتياب المطلق المرتكب في قياس مقدار يقاس بطريقة مباشرة هو أصغر مقدار يميزه الجهاز المستخدم في القياس.**

مثال1: تحديد الارتياب في الجهاز المكون من المسطرة الميلمترية والعين البشرية : إن القيمة الوسطى لأصغر مقدار تميزه العين البشرية السليمة على المسطرة الميلمترية يساوي 0.5mm لذلك يكون لدينا حسب القاعدة:

$$\Delta L = 0.5mm$$

ملاحظة1: عند قياس طول جسم ما باستخدام المسطرة الميلمترية فإننا في الواقع نجري عمليتي إحكام الأولى في بداية الجسم والثانية في نهايته لذلك يكون الارتياب الكلي عبارة عن مجموع ارتيابين قيمة كل واحد منهما 0.5 mm أي:

$$\Delta L = 0.5 + 0.5 = 1mm$$

يمكن تعميم قاعدة حساب الارتياب في المسطرة على جميع الأجهزة المدرجة بحيث تصبح: **الارتياب في أي جهاز مدرج يساوي نصف أصغر تدريجة.** في الواقع المقاييس المدرجة متنوعة منها المقاييس الكهربائية (الفولت والأمبير و...) وموازين درجات الحرارة ومقاييس الضغط .... إلخ.

ملاحظة: عند استخدام مقياس درجة الحرارة المدرج بالدرجات المئوية فإننا نجري عملية إحكام واحدة فقط لأننا نفترض أن الشركة المصنعة قد حددت درجة الصفر المئوي بدقة عالية وبالتالي يكون لدينا $\Delta T=0.5^{\circ}C$

مثال2: تحديد الارتياب في الأجهزة الرقمية: في هذه الحالة يكون الارتياب واحد من أصغر مرتبة يميزها الجهاز المستخدم.

مثال: ميزان كتلة يظهر على شاشته ثلاثة أرقام بعد الفاصلة، يكون ارتيابه:

$$\Delta m=0.001gr$$

تحديد الارتياب في المقدار الذي يقاس بطريقة غير مباشرة:

المقدار الذي يقاس بطريقة غير مباشرة هو المقدار الذي يستلزم قياسه استخدام علاقة رياضية. **مثال:** قياس طول طاولة سطحها مستطيل هو قياس مباشر وقياس عرضها هو أيضاً قياس مباشر ولكن قياس مساحة سطح الطاولة هو قياس غير مباشر لأننا في هذه الحالة يجب أن نستخدم علاقة مساحة المستطيل (المساحة تساوي الطول ضرب العرض).

لحساب الخطأ المرتكب في قياس مقدار فيزيائي يقاس بطريقة مباشرة نستخدم طريقة التفاضل اللوغاريتمي، والتي سوف نتعرف عليها من خلال المثال التالي:

مثال1: أوجد صيغتي الخطأ النسبي و الخطأ المطلق في قيمة المقدار y الذي يعطي بالمعادلة التالية:

$$y = \frac{a}{b}$$

حيث a و b متحولات.

الحل:

الخطوة الأولى: نوجد لوغاريتم الطرفين فيصبح لدينا:

$$\log y = \log a - \log b$$

الخطوة الثانية: نفاضل الطرفين:

$$\frac{dy}{y} = \frac{da}{a} - \frac{db}{b}$$

الخطوة الثالثة: نستخدم الرمز Δ بدل الرمز d ونقلب الإشارة السالبة إلى موجبة ونستخدم القيم الوسطية:

$$\frac{\Delta y}{\overline{y}} = \left|\frac{\Delta a}{\overline{a}}\right| + \left|\frac{\Delta b}{\overline{b}}\right|$$

تمثل الصيغة التي حصلنا عليها الخطأ النسبي أم الخطأ المطلق فهو:

$$\Delta y = \bar{y}.\left[\left|\frac{\Delta a}{\bar{a}}\right| + \left|\frac{\Delta b}{\bar{b}}\right|\right]$$

نلاحظ أن طريقة التفاضل اللوغاريتمي تسمح لنا بالحصول على صيغة الخطأ المطلق مباشرة بعكس طريقة التفاضل العادي.

وهنا لابد من الإجابة على الأسئلة التالية:

1- لماذا استخدمنا الرمز Δ بدل الرمز d؟

الجواب: لأن الرمز Δ يمثل التغيرات الصغيرة في الفيزياء والتي تكون محسوسة بعكس التغيرات الرياضية المتناهية بالصغر وغير المحسوسة والتي يرمز لها بالرمز d. فمثلاً التغير الذي يطرأ على طول قضيب نحاسي نتيجة التسخين يمكن اعتباره تغير صغير ولكنه محسوس ويمكن قياسه.

2- لماذا استبدلنا الإشارة السالبة بموجبة؟

الجواب: في حال أبقينا الإشارة السالبة من الممكن أن نحصل على قيمة صفر للارتياب في حال تساوت الحدود بالقيمة المطلقة وهذا غير ممكن لأنه لا يمكن الحصول على قيمة معدومة للارتياب. من جهة أخرى الحصول على حد موجب وحد سالب يعني وجود نوعين من الخطأ موجب وسالب أي أن الخطأ السالب يقلل قيمة الخطأ الموجب وهذا منطقياً غير مقبول فالأخطاء تتراكم ولا تتفانى.

3- ألا يؤثر تغيير الإشارة على المساواة خاصة أننا غيرنا إشارة حد واحد في العلاقة وليس كل الحدود؟

الجواب: في الحقيقة عملية إيجاد قيمة الخطأ هي عملية تقدير وليس عملية حساب فعلي والهدف من تغيير الإشارة هو الحصول على القيمة العظمى للخطأ.

4- لماذا نستخدم القيم المطلقة؟

الجواب: لأنه في بعض الأحيان قد تكون بعض المقادير سالبة بالأصل.

5- لماذا نستخدم القيم الوسطية؟

الجواب: لأنه من الممكن أن نقوم بقياس المقدار الفيزيائي عدة مرات لزيادة الدقة وفي هذه الحالة لابد من حساب القيمة الوسطية.

مثال2: أوجد قيمة الخطأ المرتكب في قياس تسارع الجاذبية الأرضية في تجربة النواس البسيط إذا علمت أنه عندما كان طول النواس 1m حصلنا على زمن 50 نوسة مقداره t= 100.35s.

الحل: 1− نوجد صيغة الخطأ المطلق باستخدام طريقة التفاضل اللوغاريتمي:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (1)$$

$$g = 4\pi^2\frac{L}{T^2} \qquad (2)$$

$$\log g = \log(4\pi)^2 + \log L - 2\log T$$

$$\frac{dg}{g} = O + \frac{dL}{L} - 2\frac{dT}{T}$$

$$\frac{\Delta g}{\overline{g}} = \left|\frac{\Delta L}{\overline{L}}\right| + 2\left|\frac{\Delta T}{\overline{T}}\right|$$

$$\Delta g = \left[\left|\frac{\Delta L}{\overline{L}}\right| + 2\left|\frac{\Delta T}{\overline{T}}\right|\right].\overline{g} \qquad (3)$$

ملاحظة: يهمل الارتياب في قيمة π إذا عوضنا بقيمتها كاملة دون أي تقريب.

2− نحسب دور النواس: T=100.35/50 = 2.007s

3− نحسب تسارع الجاذبية الأرضية من المعادلة (2) فنحصل على: $g = 9.801\ m.s^{-2}$

نلاحظ أننا احتفظنا مبدئياً بـ 3 مراتب بعد الفاصلة في القيمة التي حصلنا عليها.

4− نحسب الخطأ المرتكب في قياس تسارع الجاذبية الأرضية باستخدام المعادلة (3) مع ملاحظة أن Δg =1mm=0.001m وأن ارتياب الدور يساوي ارتياب الزمن تقسيم عدد النوسات علماً بأن ارتياب الزمن المقاس بالميقاتية يساوي Δt=0.5s وبالتالي نحصل على ΔT=0.5/50=0.01s. بتعويض هذه القيم في المعادلة (3) نحصل على:

$$\Delta g = 0.107\ m.s^{-2}$$

هذه القيمة بحاجة إلى تعديل لأن القاعدة تقول أن قيمة الارتياب يجب أن تحتوي على مرتبة واحدة مخالفة للصفر وباقي المراتب أصفار (رقم معنوي واحد). بناءً على ذلك وبعد إجراء التقريب المطلوب نحصل على:

$$\Delta g = 0.1\ m.s^{-2}$$

عدد المراتب في قيمة المقدار الفيزيائي يجب أن يساوي عدد المراتب في قيمة الارتياب. بناءً على ذلك تصبح قيمة تسارع الجاذبية الأرضية ($g=9.8\ m.s^{-2}$).

أخيراً نكتب النتيجة بالشكل النموذجي:

$$g = (9.8\pm0.1)\ m.s^{-2}$$

مفاهيم أساسية تتعلق بمفهوم الارتياب

1. الأرقام المعنوية:

يعرف الرقم المعنوي بأنه الرقم الموثوق عند قياس مقدار ما. فعند قياس طول ما بمسطرة عادية مدرجة بالمليمترات مثلاً يمكن تسجيل النتيجة 5.6cm. وتشير هذه الكتابة إلى أن عدد الأرقام الموثوقة في هذا القياس رقمان وهما 5 و6، ومِنْ ثمَّ فعدد الأرقام المعنوية في قياس هذا الطول يساوي اثنين؛ تتعلق هذه الأرقام، كما نلحظ، بالمقدار، أي الطول هنا، والأداة المستخدمة لتحديده تجريبياً. ولو أردنا كتابة نتيجة القياس السابقة بواحدة المتر لوجدنا أن النتيجة في هذه الحالة تصبح مساوية 0.056m وهنا نلحظ أن عدد الأرقام في هذه الكتابة أربعة أرقام إلّا أن الأرقام المعنوية في هذه الحالة رقمان اثنان وهما 5 و6, لأن الأرقام المعنوية هي التي يكون لها معنى تجريبي فقط، وهي الأرقام الموثوقة عند إجراء القياس التجريبي، وما أجريناه هو تغيير في الواحدة وتغيير الواحدة لا يمكن أن يغير من دقة القياس.

2.أنواع الارتيابات:

3.1. الارتيابات النظامية أو ارتيابات منظومة القياس المستخدمة

وهي ارتيابات يمكن تلافيها، لها علاقة بانحراف قراءة المقياس عن القيمة المعايرة فيه؛ فمثلاً عند قياس التيار الكهربائي بمقياس أمبير مدرج يمكن أن نجد مبدأ القياس فيه لا ينطبق على التدريجة صفر، وأنه ينطبق على التدريجة الأولى مثلاً، وذلك دون إمرار أي تيار فيه، ومِنْ ثمَّ نجد عند قياس أي تيار قيمة للتيار الكهربائي مضافاً لها قيمة التدريجة الأولى، ويمكن تلافي هذا الارتياب بطرح قيمة التدريجة الأولى من القيمة الناتجة.

وقد تنتج الارتيابات النظامية عن المجرب نفسه. قد يقوم المجرب، على سبيل المثال، بأخذ القراءة في مقياس ذي مؤشر بالنظر إلى المؤشر أو النظر إلى التدريجات بصورة مائلة، وهذا بالطبع سوف يعطي نتيجة خاطئة للقياس. ويمكن تلافي هذه النتيجة الخاطئة بإعادة إجراء القياس مرة ثانية والنظر إلى المؤشر والتدريجات بشكل عمودي، لذلك يزود المقياس أحياناً بتدريج عاكس إلى جانب تدريج القراءة، وتكون القراءة الصحيحة عند التدريجة التي يتطابق عندها المؤشر وخياله.

3.2. الارتيابات العشوائية أو الارتيابات التكرارية

وهي الارتيابات الناتجة عن اختلاف الشروط المحيطة بالمقياس، مثل اختلاف درجة الحرارة أو وجود تيارات هوائية أو اهتزازات، وهذه عشوائية يصعب التحكم بها. لذلك تكرّر القياسات لنفس المقدار مرات متعددة، وتعالج هذه الارتيابات باتباع الطرائق الإحصائية للحصول على المقدار المقيس القريب من القيمة الحقيقية، وذلك لتحديده بدقة عالية. وتجدر الإشارة إلى أن هذه الارتيابات وضعت لها نظرية خاصة بها، وهي نظرية الارتيابات الإحصائية.